



FEINA ESTIU MATEMÀTIQUES 1r BAT

HAUREU D'ENTREGAR TOTS ELS EXERCICIS EN UN DOSSIER AMB UNA PRESENTACIÓ ADEQUADA EL DIA DE L'EXAMEN DE RECUPERACIÓ. PER CADA UNITAT, PRESENTEU UN RESUM DE TOTES LES FÓRMULES QUE HI APAREIXEN.

LOGARITMES I EXPONENCIALS:

1.- Trobeu el valor de x en les expressions següents. Cal utilitzar sempre la definició de logaritme i no es pot utilitzar la calculadora.

a) $\log_{32} \sqrt[7]{\frac{1}{64}} = x$ b) $\log_{x-3} 25 = 2$ c) $\ln \sqrt[5]{\frac{1}{e^3}} = x$ d) $\log \frac{1}{\sqrt[5]{0.0001}}$

2.- Sabent que: $\log 2 = 0.3010$ i $\log 3 = 0.4771$, calculeu sense utilitzar les tecles **log** o **ln** de la calculadora.

a) $\log 125$ b) $\log \sqrt[5]{\frac{3}{64}}$ c) $\log \sqrt{6}$ d) $\log \frac{24}{\sqrt[4]{3}}$ e) $\log_{27} 128$

3.- Resoleu les equacions exponencials i logarítmiques següents:

a) $6 \cdot 11^x - 4 = 23$ b) $5 \cdot 2^{2x+1} + 8 = 2^{3x} + 17 \cdot 2^x$ c) $2 \log(x-3) = 2 + \log(x-12)$

1.- Troba el valor de x a les expressions següents. Cal utilitzar sempre la definició de logaritme i no es pot fer servir la calculadora.

a) $\log_{16} \sqrt[5]{\frac{1}{4}} = x$ b) $\log_{x-1} 9 = 2$ c) $\ln \frac{1}{\sqrt{e^3}}$ d) $\log \sqrt{0.001}$

2.- Sabent que: $\log 2 = 0.3010$ i $\log 3 = 0.4771$, calcula

a) $\log \frac{\sqrt{3}}{16}$ b) $\log \sqrt[5]{\frac{1}{16}}$ c) $\log \sqrt{125}$ d) $\log \frac{18}{\sqrt{2}}$ e) $\log_{16} 60$

*Observació: Pots utilitzar la calculadora però no les tecles **log** o **ln**.*

3.- Resol les equacions exponencials i logarítmiques següents:

a) $3 \cdot 5^x + 6 = 17$ b) $3 \cdot 2^{2x+1} = 21 \cdot 2^{x+1} + 60$ c) $2 \log x - \log(x-16) = 2$



4. Resol les següents equacions logarítmiques

- a) $\log_5(2x+1) = 1$
- b) $\log_3(5-x) = 2$
- c) $\log_2(x^2) = -1$
- d) $\log_2 x + \log_2 50 = 1$
- e) $2\log x - \log(x-16) = 2$
- f) $\log x^3 = \log 6 + 2\log x$
- g) $\log_3(x+1) + \log_3(x-1) = \log_3(8/3) + \log_3 x$
- h) $\log \frac{x}{2} = \log 18 - \log x$

Polinomis

1.- Trobeu totes les arrels reals del polinomi: $p(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + 9x - 18$

2.- Factoritzeu el polinomi següent: $p(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$

3.- Trobeu totes les solucions reals de les equacions següents:

a) $x^4 + 3x^3 - 10 = 3x^2 + 15x$

b) $x^5 + 3(x^4 + 2) - 4 = 2 - (3x^3 + x^2)$

4.- Realitzeu l'operació següent i simplifiqueu el resultat: $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1} - \frac{x^2+2x}{x^2-4}$

5. Trobeu un polinomi de grau 4, amb coeficients enters que tingui com a arrels els nombres següents:

a) 5, 4, -3

b) $4, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, 0$

6.- Calculeu $(3-2i)^5$ utilitzant el binomi de Newton.



TRIGONOMETRIA

1.- Escriu totes les fórmules trigonomètriques que coneixes.

2.- Si sabem que α és un angle del segon quadrant i que $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Troba totes les altres raons trigonomètriques sense utilitzar la calculadora.

3.- Troba tots els angles que compleixen $\tan \alpha = -\frac{1}{3}$.

4.- Si α és un angle del primer quadrant i sabem que $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Troba, sense utilitzar calculadora, els valors de:

a) $\sin(180^\circ - \alpha)$ b) $\cos(60^\circ - \alpha)$ c) $\tan(2\alpha)$

5.- Troba el valor de les raons trigonomètriques següents sense utilitzar calculadora:

a) $\sin 225^\circ$ b) $\cos 1020^\circ$ c) $\tan 3750^\circ$

6.- D'un triangle ABC coneixem les dades següents: $a = 15$ cm, $b = 25$ cm i $c = 35$ cm. Troba tots els angles.

7.- Des del punt A, situat a una banda d'un riu, volem calcular la distància entre els punts B i D, situats a l'altra banda. Per tal de fer-ho, considerem un punt C situat a la mateixa banda del riu que A, que dista d'aquest 211m. i els angles $BAC = 84^\circ$, $ACB = 49^\circ$, $DAC = 26^\circ$ i $ACD = 116^\circ$.

8.- Des d'un vaixell situat en front de la costa es desitja calcular l'alçada AB d'un far. Per això, des de la proa C es mesura l'angle d'elevació d' $A = 37^\circ$, i l'angle $ACD = 85^\circ$. També, des de la popa D es mesura l'angle $ADC = 87^\circ$. Si la distància entre la proa i la popa és $CD = 60$ m, calcula l'altura del far.

VECTORS

1. Trobeu el simètric del punt A (4, - 2) respecte de M (3, - 11).
2. Donats dos vèrtexs d'un triangle A (2, 1), B(1, 0) i el baricentre G(2/3, 0), calculeu el tercer vèrtex.
3. Donats els punts A (3, 2) i B(5, 4) troba un punt C, alineat amb A i B, de manera

$$\frac{CA}{CB} = \frac{3}{2}$$

que s'obtingui

4. Calcula les coordenades de D per a que el quadrilàter de vèrtexs: A(-1, -2), B(4, -1), C(5, 2) i D sigui un paral·lelogram.
5. Si $\{ \vec{u}, \vec{v} \}$ formen una base ortonormal, calculeu:

a. $\vec{u} \cdot \vec{u}$

b. $\vec{u} \cdot \vec{v}$



c. $\vec{v} \cdot \vec{u}$

d. $\vec{v} \cdot \vec{v}$

6. Siguin els vectors $\vec{u} = (2, k)$ i $\vec{v} = (3, -2)$, calcula k per a que els vectors \vec{u} i \vec{v} siguin:

- Perpendiculars.
- Paral·lels.
- Formin un angle de 60° .

7. Calcula el valor de k sabent que $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$

$$\vec{a} = -2\vec{u} + k\vec{v} \quad \vec{b} = 5\vec{u} - 3\vec{v}$$

8. Suposant que respecte a la base ortonormal $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ del pla els vectors a o b tenen com a expressions:

$$\vec{a} = -3\vec{u} + k\vec{v} \quad \vec{b} = \vec{u} - 5\vec{v}$$

Calculeu el valor de k per a que els dos vectors siguin ortogonals.

9. Trobeu un vector unitari \vec{u} de la mateixa direcció del vector $\vec{v} = 8\vec{i} - 6\vec{j}$.

RECTES:

- Doneu totes les equacions de la recta que passa pels punts P(3,-1) i Q(5,2).
- Quina és l'equació general o cartesiana de la recta que passa per l'origen de coordenades i pel punt de tall de les rectes $x + y - 1 = 0$ i $x - y + 3 = 0$?
- Trobeu el valor de m per tal que les rectes $r \equiv mx - 3y - 6 = 0$ i $r' \equiv 7x - y - 8 = 0$ siguin paral·leles. Per quin o quins valors de m les rectes r i r' es tallen en un punt?. Justifiqueu-vos.
- Determineu les equacions de la recta paral·lela i perpendicular a $r \equiv 5x - 3y + 1 = 0$ que passen pel punt P(-2,7).
- Trobeu les equacions de les medians i de les altures del triangle ABC essent A(-4,2), B(1,7) i C(5,-2). Quines són les coordenades del baricentre? I de l'ortocentre?
- Donats els punts P(2,1) i Q(1,-3) i la recta $r \equiv 4x - 8y + 7 = 0$, es demana:
 - la distància d(P,Q).
 - Les distàncies d(P,r) i d(Q,r).

FUNCIONS

- Determina si l'expressió $x^2 + y^2 = 9$, que relaciona les variables x i y, és l'expressió analítica d'una funció. Justifica la resposta.



2. Considera les funcions següents: $f(x) = x - 3$ i $g(x) = \frac{5}{x-6}$:
- Calcula $f(1)$ i $g(0)$.
 - Calcula $f^{-1}(8)$ i $g^{-1}(6)$
 - Troba el valor de x que tingui la mateixa imatge per f i per g .
3. Donada $f(x) = 3x^2 + ax + a$, i si $f(1) = 7$, quin és el valor de a ?
4. Dibuixa la gràfica de la següent funció, definida a trossos, $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 1 \\ 2 & \\ x^2 - 4x + 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$
5. Troba el domini de definició de les següents funcions:
- $f(x) = |x|$
 - $y = \frac{2-x}{5x-x^2}$
 - $y = \sqrt{7-2x}$
 - $y = \sqrt{\frac{x-9}{x}}$
 - $y = \sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x+2}}$
 - $g(x) = \ln(x+3)$
 - $m(x) = \frac{x+1}{\sqrt[3]{x-4}}$
 - $y = \sqrt{-x^2+7x-10}$
6. Representa gràficament les següents funcions i indica el domini i recorregut de cadascuna:
- $f(x) = -2$
 - $f(x) = -3x + 2$
 - $f(x) = x^2 + 2x + 1$
 - $f(x) = |x^2 - 4x + 5|$
 - $h(x) = |2x - 6|$
7. Donades les funcions $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ $g(x) = \frac{3x}{x-1}$ $h(x) = \frac{x}{x-1}$
- Calcula $(h + g)$, $(g - h)$, $(f \cdot g)$, $(f \circ g)$ i $(g \circ f)$
 - Troba la inversa de g i comprova què efectivament ho és.
 - Justifica si és certa l'expressió següent: $(h^{-1} \circ h)(x) = x$

LÍMITS I CONTINUÏTAT

1. Calculeu els límits de les funcions següents quan $x \rightarrow +\infty$

- $f(x) = \sqrt{3x^2 - x} - \sqrt{3x^2 + 3x}$
- $f(x) = \frac{7 + 5x + 3x^3}{5 - 3x + 4x^2}$
- $f(x) = (1 - x^2) \cdot (5 + 3x^2)$
- $f(x) = \frac{4x^2 - 100x + 7}{5x^3 + 10x - 300}$
- $f(x) = \sqrt{x^5 - x^3} - \sqrt{x^5 - 3x^3}$
- $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 5x + 1$



g) $f(x) = \frac{3 - 5x + 7x^3}{5 + 700x - x^2}$

h) $f(x) = \left(\frac{3}{2 + 5x}\right)^{\frac{1+x}{2+x}}$

i) $f(x) = \left(\frac{x^2 + 2x}{x^2 - x}\right)^{\frac{1+x}{2+x}}$

j) $f(x) = \frac{3x^3 - 1988}{6x^3 - 1989}$

k) $f(x) = (3x^2 - 5)^{\frac{4x+5}{x}}$

l) $f(x) = \left(\frac{7x-5}{7x}\right)^{5-3x}$

2. Trobeu els següents límits al punt indicat:

a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{5x + 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x-5}$

b. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-1}{x^2(x-3)^2}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-1}{x^2(x-3)^2}$

e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}}{x}$

g. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 7x + 6}{x-1}$

f. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$

h. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2 - x - 12}$

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x}$

k. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$

1. Cadascuna de les funcions següents té un o més punts on no és contínua. Indica quins són aquests punts i quin tipus de discontinuïtat presenta:

a) $y = \frac{x+2}{x-3}$

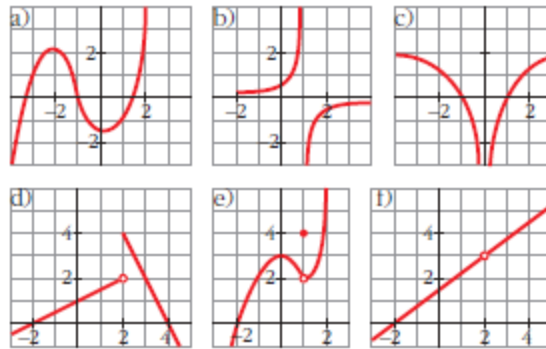
b) $y = \frac{x^2-3x}{x}$

c) $y = \frac{x^2-3}{x}$

d) $y = \begin{cases} 3 & \text{si } x \neq 4 \\ 1 & \text{si } x = 4 \end{cases}$



- 1 a) Quin dels gràfics següents correspon a una funció contínua?
 b) Assenyalta, en cadascuna de les altres cinc, la raó de la discontinuïtat.



- 2 Troba els punts de discontinuïtats, si n'hi ha, de les funcions següents:

a) $y = x^2 + x - 6$

b) $y = \frac{x}{(x-2)^2}$

c) $y = \frac{x-1}{2x+1}$

d) $y = \frac{1}{x^2 + 2x + 3}$

e) $y = \frac{2}{5x - x^2}$

f) $y = \frac{1}{x^2 + 2}$

Representa les funcions següents i explica si són discontinües en algun punt:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x < 3 \\ 5-x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } x < 2 \\ x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

Estudia la continuïtat d'aquestes funcions:

a) $f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{si } x < 1 \\ 1/x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{si } -1 \geq x \\ 1-x^2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ 2^{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$